Physique avancée II – Examen Juillet 2016 – Prof. J-Ph. Ansermet

Juillet 2016 - 12h15-15h15

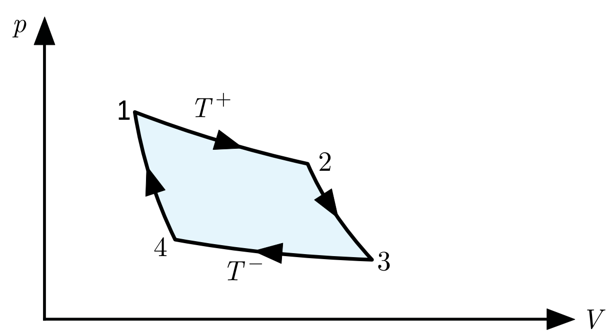
Nom : | | | | | | | | | | | | | | | |

Prénom : | | | | | | | | | | | | | | | |

N° Sciper : | | | | | | |

A. Cycle de Carnot pour un gaz de sphères rigides (4/10 points)

On considère un gaz parfait, constitué de N moles d'une seule substance, qui subit le cycle thermodynamique de Carnot, décrit sur la figure ci-dessous. Tous les processus sont supposés ***réversibles***. Les processus de 1 à 2 et de 3 à 4 sont isothermes. Ils ont lieu à température T^+ et T^- respectivement. Les processus de 2 à 3 et de 4 à 1 sont adiabatiques.



Le gaz est caractérisé par l'équation d'état :

$$p\,(V - B) = NRT$$

où B est une constante. De plus, on suppose connue la chaleur spécifique à volume constant C_V. On admet que C_V est indépendante de la température et de la pression. Un transfert infinitésimal de chaleur est décrit par

$$\delta Q = C_V dT + L_V dV$$

où L_V est la chaleur latente d'expansion.

Questions et réponses au verso !

1. (**0.5 point**) Calculer le travail W_{12} effectué sur le système durant le processus isotherme à température T^{+}.

$$W_{12} = -\,N R\, T_{+} \ln \left(\frac{V_2 - B}{V_1 - B} \right)$$

2. (**1.0 point**) Montrer que la chaleur latente d'expansion $L_V = p$.

$$\delta Q = T\, dS = T\, \frac{\partial S}{\partial T}\, dT + T\, \frac{\partial S}{\partial V}\, dV \quad \Rightarrow \quad L_V = T\, \frac{\partial S}{\partial V}$$
$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right) \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{\partial p}{\partial T} = \frac{p}{T} \quad \Rightarrow \quad L_V = p$$

3. (**0.5 point**) Est-ce que l'énergie interne U est constante durant un processus isotherme ? ☒ Oui ☐ Non. Justifier :

$$dU = \delta Q + \delta W = C_V\, dT + p\, dV - \, p\, dV = 0$$

4. (**1.0 point**) Montrer que les processus adiabatiques $(2,3)$ et $(4,1)$ sont caractérisés par

$$p\,(V - \, B)^{x} = \text{constante}$$

et déterminer x en fonction uniquement des grandeurs physiques données.

$$x = \frac{C_V + N\, R}{C_V}$$

5. (**1.0 point**) Déterminer le rendement η du cycle de Carnot pour un gaz de sphères rigides. Un argument basé sur le cycle de Carnot en représentation (T, S) est accepté.

$$\eta = 1 - \frac{T_{-}}{T_{+}}$$

Physique avancée II – Examen Juillet 2016 – Prof. J-Ph. Ansermet

Juillet 2016 - 12h15-15h15

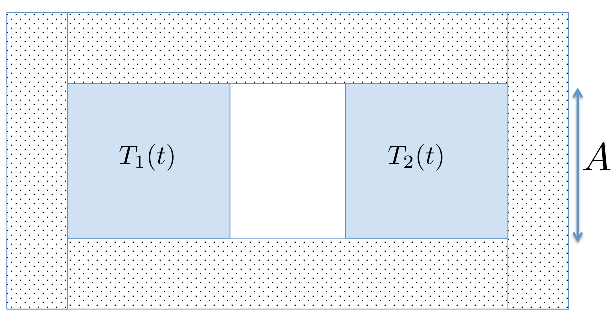
Nom :

Prénom :

N° Sciper :

B. Thermalisation radiative de deux blocs (3/10 points)

Un système isolé est constitué de deux blocs rigides de même substance, immobiles et séparés l'un de l'autre par une couche d'air, dont la conductivité thermique peut être négligée. Un échange thermique entre les deux blocs a lieu par un effet de rayonnement uniquement. Une enveloppe extérieure assure l'isolation thermique du système et les blocs sont rigides et immobiles. La chaleur spécifique à volume constant du bloc de gauche est C_1, celle du bloc de droite est C_2. On suppose que les chaleurs spécifiques à volume constant C_1 et C_2 sont indépendantes de la température et on néglige la dilatation des blocs. On note $T_1(t)$ la température du bloc de gauche, $T_2(t)$ celle du bloc de droite.



L'aire latérale de la couche d'air entre deux blocs est A. Le rayonnement émis par les blocs est caractérisé par la loi de Stefan-Boltzmann. Par conséquent, la puissance thermique P_Q^{ij} exercée par le bloc i à température $T_i(t)$ sur le bloc j à température $T_j(t)$ est donnée par,

$$P_Q^{ij} = \sigma A \left(T_i(t)^4 - T_j(t)^4\right)$$

<u>Aide</u> : On rappelle le développement limité au 1^{er} ordre $(x+\Delta x)^4 \approx x^4(1+4\Delta x/x)$ lorsque $\Delta x \ll x$.

Questions et réponses au verso !

1. (**1.0 point**) Déterminer la température d'équilibre T_f pour le cas général où $C_1 \neq C_2$ en appliquant le premier principe de la thermodynamique et la définition de la chaleur spécifique à volume constant. Faire le développement sur les feuilles annexes.

$$T_f = \frac{C_1\, T_1 + C_2\, T_2}{C_1 + C_2}$$

2. (**1.0 point**) Ecrire les équations d'évolutions des températures T_1 et T_2 dans le cas général $C_1 \neq C_2$.

$$\dot{T}_1 = \frac{\sigma\, A}{C_1}\left(T_2^4 - T_1^4\right)$$
$$\dot{T}_2 = \frac{\sigma\, A}{C_1}\left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

3. (**1.0 point**) Pour simplifier les calculs, on suppose maintenant que $C_1 = C_2 = C$ et on écrit $T_1(t) = T_f + \Delta T_1(t)$ et $T_2(t) = T_f + \Delta T_2(t)$, avec $\Delta T_1(t) \ll T_f$ et $\Delta T_2(t) \ll T_f$ en tout temps t. Montrer que la différence des températures, $\Delta T(t) = \Delta T_1(t) - \Delta T_2(t)$ décroît selon une fonction exponentielle proportionnelle à $\exp(-t/\tau)$ et déterminer le temps τ :

$$\tau = \frac{c}{8\, A\, \sigma\, T_f^3}$$

Physique avancée II – Examen Juillet 2016 – Prof. J-Ph. Ansermet

Juillet 2016 - 12h15-15h15

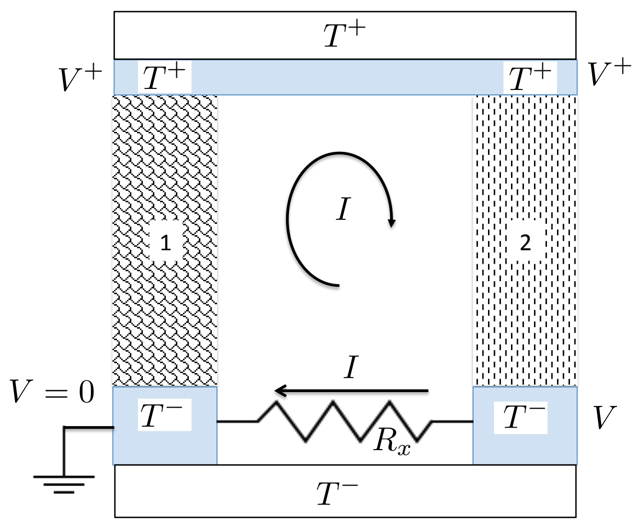
Nom : | | | | | | | | | | | | | | | |

Prénom : | | | | | | | | | | | | | | | |

N° Sciper : | | | | | | |

C. Element Peltier comme générateur thermoélectrique (3/10 points)

Un élément Peltier peut être utilisé comme générateur électrique. Un côté de l'élément Peltier est placé à une température T^+ et l'autre côté à une température T^-. Un élément Peltier (voir figure) comporte deux blocs, notés ici 1 et 2 fait de deux substances différentes. L'électrode qui est chauffée à température T^+ relie électriquement les deux blocs. On notera V^+ le potentiel électrostatique de cette électrode qui est maintenue à température T^+. Les deux autres électrodes ont une température T^- grâce à une plaque isolante électrique maintenue à température T^-. On convient que l'électrode en contact avec le bloc 1, maintenue à température T^-, est fixée au potentiel électrostatique $V = 0$. L'électrode en contact avec le bloc 2, maintenue à température T^-, est à un potentiel électrostatique V qu'on va devoir déterminer. Le générateur produit un courant I qui traverse une résistance extérieure R_x. Le courant I traverse bien sûr tout le circuit.



Pour analyser cet élément Peltier, on se donne les équations de transport suivantes, qu'il faut appliquer aux matériaux des blocs 1 et 2, respectivement. La notation est celle du cours.

$$\boldsymbol{j}_q = -\sigma\epsilon\boldsymbol{\nabla}T - \sigma\boldsymbol{\nabla}\varphi \qquad \boldsymbol{j}_Q = -\kappa\boldsymbol{\nabla}T + T\epsilon\boldsymbol{j}_q$$

On notera d la hauteur des blocs, A la surface de leur section et ΔT la différence $T^+ - T^-$. On admet tout de suite les résultats suivants :

$$\left|\boldsymbol{\nabla}T^{(1)}\right| = \frac{\Delta T}{d}\,; \quad \left|\boldsymbol{\nabla}T^{(2)}\right| = \frac{\Delta T}{d}\,; \quad \left|\boldsymbol{\nabla}\varphi^{(2)}\right| = \frac{V - V^+}{d}\,; \quad \left|\boldsymbol{\nabla}\varphi^{(1)}\right| = \frac{V^+}{d}\,; \quad V = R_x I$$

Questions et réponses au verso !

1. (**1.0 point**) Calculer la puissance thermique P_Q appliquée sur le côté maintenu à la température T^+ quand le courant est nul ($R_x = \infty$). Exprimer votre réponse en fonction de A, d, κ_1 et κ_2.

$$P_Q = (\kappa_1 + \kappa_2)\,\frac{A}{d}\,\Delta T$$

2. (**0.5 point**) Calculer la résistance électrique effective R des deux blocs de l'élément Peltier dans le cas isotherme, $T^+ = T^-$. Exprimer votre réponse en fonction de A, d, σ_1 et σ_2.

$$R = \left(\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2}\right)\frac{d}{A}$$

3. (**0.5 point**) Exprimer les densités de courants dans les deux blocs en fonction du courant I du générateur :

$$|\boldsymbol{j}_q^{(1)}| = |\boldsymbol{j}_q^{(2)}| = \frac{I}{A}$$

4. (**1.0 point**) Déterminer le courant I en fonction de ΔT. Faire les développements sur les feuilles annexes en montrant clairement quelles équations constitutives vous utilisez pour aboutir à votre résultat.

$$I = \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + R_x}\right)\Delta T$$